Chapter 4 (Circle)

Type 01: Previous Year Questions

1) Find the equation of a circle if the points P (1,2) and Q (3,8) are the endpoints of one of its diameters [একটি বৃত্তের সমীকরণ বের কর যদি $P(1,2)$ এবং Q (3,8) তার একটি ব্যাসের প্রান্ত বিন্দু হয়] **[15-16]**

a) $x^2 + y^2 - 10x - 4y + 19 = 0$ b) $x^2 + y^2 - 4x - 10y + 9 = 0$

c) $x^2 + y^2 - 10x - 4y + 9 = 0$ d) $x^2 + y^2 - 4x - 10y + 19 = 0$

Ans: (d)

Solution: $(x-1)(x-3) + (y-2)(y-8) = x^2 - 3x - x + 3 + y^2 - 8y - 2y + 16$

$= x^2 + y^2 - 4x - 10y + 19$

2) If the coordinates of the ends of a diameter of a circles are (3,0) and (-3,0), what is the equation of the circle? [একটি বৃত্তের ব্যাসের প্রান্তের স্থানাঙ্ক $(3,0)$ এবং $(-3,0)$ হলে, বৃত্তের সমীকরণ কী?] **[23-24]**

a) $x^2 + y^2 = 16$ b) $x^2 + 3x + y^2 + 3y = 81$

c) $x^2 + 2x + y^2 + 2y = 25$ d) $x^2 + y^2 = 9$

Ans: d

Solution: Two ends of a diameter $(3,0)$ & $(-3,0)$

The equation of the circle: $(x-3)(x+3) + (y-0)(y-0) = 0$

$\Rightarrow x^2 + 3x + 0 - 3x - 9 + y^2 = 0$

$\Rightarrow x^2 + y^2 = 9$

3) The equation of a circle is $x^2 + y^2 + 4x + 6y - 12 = 0$. The co-ordinates of one end of a diameter on this circle is (1,1). Find the co-ordinates of the other end point of the diameter. [একটি বৃত্তের সমীকরণ হল $x^2 + y^2 + 4x + 6y - 12 = 0$। এই বৃত্তের একটি ব্যাসের এক প্রান্তের স্থানাঙ্ক হল $(1,1)$। ব্যাসের অন্য প্রান্তবিন্দুর স্থানাঙ্ক বের কর।]

[23-24]

a) $(-5,-7)$ b) $(-3,-5)$ c) $(-5,-6)$ d) $(-3,-6)$

Ans: a

Solution: $x^2 + y^2 + 4x + 6y - 12 = 0$

$\Rightarrow x^2 + y^2 + 2.(2).x + 2.(3).y - 12 = 0$

$g = 2, f = 3$

Center $(-g,-f) = (-2,-3)$

One end of a diameter (1,1)

We know, center of the circle is midpoint of any diameter.

$\frac{x+1}{2} = -2 \Rightarrow x = -5$ and $\frac{y+1}{2} = -3 \Rightarrow y = -7$

$\therefore (x,y) = (-5,-7)$

Similar Question:

4) A circle passes through the point $(2,3)$, which center is at $(-4,5)$. Equation of the circle- [একটি বৃত্ত $(2,3)$ বিন্দু দিয়ে যায়, যার কেন্দ্র $(-4,5)$। বৃত্তের সমীকরণ-]

a) $x^2 + y^2 + 2x + 8y + 7 = 0$ b) $x^2 + y^2 - 14x + 12y + 75 = 0$

c) $x^2 + y^2 + 2x - 3y + 5 = 0$ d) $x^2 + y^2 + 8x - 10y + 1 = 0$

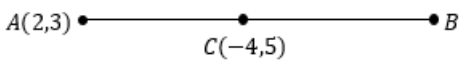
Ans: **(d)**

Solution: C is the midpoint of AB diameter.

$\therefore B(-10,7)$

Now, $(x-2)(x+10) + (y-3)(y-7) = 0$

$\Rightarrow x^2 + y^2 + 8x - 10y + 1 = 0.$



Type 02: Previous Year Questions

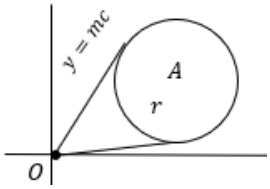
5) Find the equation of the tangent from the origin to the circle $x^2 + y^2 - 5x - 5y + 10 = 0$. [মূলবিন্দু থেকে $x^2 + y^2 - 5x - 5y + 10 = 0$ বৃত্তে অংকিত স্পর্শকের সমীকরণ-] **[16-17]**

a) $3x - y = 0$ b) $x - 3y = 0$ c) None of these d) Both A and B

Ans: (d)

Solution: Centre of the circle $(-g, -f) = \left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$

Radius of the circle $r = \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 10} = \sqrt{\frac{5}{2}}$



Perpendicular distance center to tangent

$d = \frac{\frac{5}{2}m - \frac{5}{2}}{\pm\sqrt{m^2 + (-1)^2}} = \frac{\frac{5}{2}(m-1)}{\pm\sqrt{m^2+1}}, \frac{\frac{5}{2}(m-1)}{\pm\sqrt{m^2+1}} = \sqrt{\frac{5}{2}}$; solving, $m = 3, \frac{1}{3}$

equation $y = 3x$ $3y = x$

or, $3x - y = 0$ or, $x - 3y = 0$

6) For what values of k, $3x - 4y = k$ will touch $x^2 + y^2 - 8x = 0$? [k এর কোন মানের জন্য $3x - 4y = k$ রেখা $x^2 + y^2 - 8x = 0$ বৃত্তকে স্পর্শ করবে?] **[17-18]**

a) -8.32 b) -32.8 c) 8.32 d) 81.3

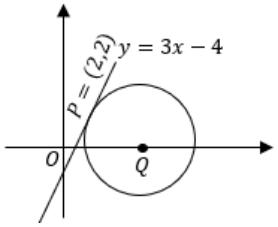
Ans: (a)

Solution: $x^2 + y^2 - 8x = 0; C(4,0)$ and $r = 4$

So, $\frac{|3.4 - 4.0 - k|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 4$; $k = -8.32$

7) **[18-19]**

If $y = 3x - 4$ is a tangent and touches the circle at $P(2,2)$. Q is the center of the circle then slope of diameter directed towards P is- [যদি $y = 3x - 4$ একটি স্পর্শক হয় এবং $P(2,2)$ এ বৃত্তটিকে স্পর্শ করে। Q হল বৃত্তের কেন্দ্র হলে P এর দিকে নির্দেশিত ব্যাসের ঢাল হল-]



a) $-\frac{1}{3}$ b) 3

c) $\frac{3}{4}$ d) -3

Ans: (a)

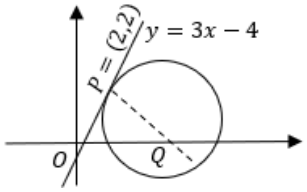
Solution: The equation of the tangent is $y = 3x - 4$

slope, $m_1 = 3$

Here, Diameter will be perpendicular to the tangent

$\therefore m_1 \times m_2 = -1$

$\Rightarrow m_2 = -\frac{1}{3}$



8) If the circle $x^2 + y^2 + 8x + 2ky + c = 0$ touches both the axes then possible valued of k & C are- [যদি $x^2 + y^2 + 8x + 2ky + c = 0$ বৃত্ত উভয় অক্ষকে স্পর্শ করে তাহলে k & C এর সম্ভাব্য মান হল-] **[19-20]**

a) $k = 8, c = 4$ b) $k = 8, c = 16$ c) $k = \pm 4, c = 16$ d) $k = \pm 4, c = 4$

Ans: (c)

Solution: $g = 4, f = k$ if the circle touches both the axes then, $c = g^2 = f^2$

Now, $c = g^2 = 4^2 = 16$, again $c = f^2 \Rightarrow 16 = k^2 [\because f = k] \Rightarrow k = \pm 4$

$\therefore k = \pm 4, c = 16$

9) Consider the equation of a circle given by $(x-5)^2 + (y-1)^2 = 25$.Which of the following two straight lines are the tangent lines of the above circle?($(x-5)^2 + (y-1)^2 = 25$ দ্বারা প্রদত্ত একটি বৃত্তের সমীকরণটি বিবেচনা করুন। নিম্নলিখিত দুটি সরলরেখার মধ্যে কোনটি উপরের বৃত্তের স্পর্শক রেখা?)

i. $y - 4 = \frac{4}{3}(x - 1)$

ii. $y - 5 = \frac{3}{4}(x - 8)$

a) Both (i) and (ii) b) Only (i) c) Only (ii) d) Neither (i) nor (ii)

Ans: b

Solution : $(x-5)^2+(y-1)^2=5^2$. So, C$\equiv(5,1)$

Now, $y-4=\frac{4}{3}(x-1)\Rightarrow 3y-12=4x-4\Longrightarrow 4x-3y+8=0\Rightarrow \frac{4\times5-3\times1+8}{5}$=5(radius)[putting the value C]

Again, $y-5=\frac{3}{4}(x-8)\Rightarrow 4y-20=3x-24\Rightarrow 4y-3x+4=0 \Rightarrow \frac{4\times1-3\times5+4}{5}=$

$-\frac{7}{5}$; which is not equal to the radius

Similar Questions:

10) If the circles $x^2+y^2+2ax+c=0$ and $x^2+y^2+2by+c=0$ touch them the value of c- [যদি $x^2+y^2+2ax+c=0$ এবং $x^2+y^2+2by+c=0$ বৃত্ত পরস্পর স্পর্শ করে তাহলে c-এর মান]

a) $c=\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$ b) $c=\frac{a^2b^2}{a^2-b^2}$ c) $c=\frac{a^2b^2}{a^2+b^2}$ d) $c=\frac{a^2+b^2}{a^2b^2}$

Ans: (c)

Solution: Centers are $c_1(-a,0), c_2(0,-b)$; radius: $\sqrt{a^2-c}$ and $\sqrt{b^2-c}$

Distance between centers $c_1c_2=\sqrt{a^2+b^2}$

Now, option test, if $c=\frac{a^2b^2}{a^2+b^2}$

$$\sqrt{a^2-\frac{a^2b^2}{a^2+b^2}}+\sqrt{b^2-\frac{a^2b^2}{a^2+b^2}}=\sqrt{\frac{a^4}{a^2+b^2}}+\sqrt{\frac{b^4}{a^2+b^2}}=\sqrt{a^2+b^2}$$

11) If the line $x=2y$ touches the circle $x^2+y^2+2gx+c=0$, then the value of c is- [যদি $x=2y$ রেখাটি $x^2+y^2+2gx+c=0$ বৃত্তটিকে স্পর্শ করে, তাহলে c-এর মান হল-]

a) $\frac{4g^2}{5}$ b) $\frac{2}{3}y^2$ c) $-\frac{4g^2}{3}$ d) $2g^2$

Ans: (a)

Solution: $x=2y\Longrightarrow y=\frac{1}{2}x \quad \therefore m=\frac{1}{2} \quad [\because y=mx]$

Center $(-g,0)$; radius $=\sqrt{g^2-c}$

$\therefore$ perpendicular distance from center to the line $=\frac{|-mg-0|}{\sqrt{m^2+1}}=\sqrt{g^2-c}$

$\Rightarrow cm^2=g^2-c\Rightarrow c=\frac{g^2}{m^2+1}=\frac{4g^2}{5}$

12) If the line $2x+3y=k$ touches the circle, which center is $(3,4)$ and the length of segment interested by the y-axis is 4 units. value of k is- [যদি $2x+3y=k$ রেখাটি $(3,4)$ কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তকে স্পর্শ করে এবং y-অক্ষ দ্বারা কর্তিত অংশের দৈর্ঘ্য 4 একক। k এর মান হল-]

a) -31 b) $5,-31$ c) 5 d) 4

Ans: (c)

Solution: Perpendicular distance from the center to the line $=\left|\frac{6+12-k}{\sqrt{4+9}}\right|=\frac{|18-k|}{\sqrt{13}}=r$

Equation of circle: $(x-3)^2+(y-4)^2=r^2\Rightarrow x^2+y^2-6x-8y+25-r^2=0$

$\therefore g=3, \quad f=-4, \quad c=25-r^2$

segment interested by y-axis $=2\sqrt{(-4)^2-c}=4\Rightarrow 16-c=4\Rightarrow c=12$

$\Rightarrow 25-r^2=12\Rightarrow r^2=13\Rightarrow r=\pm\sqrt{13} \quad \therefore \frac{|18-k|}{\sqrt{13}}=\pm\sqrt{13}\Rightarrow k=5,31$

13) What is the equation of the chord perpendicular to the tangent drawn at $(1,2)$ of the circle $x^2+y^2+3x-5y+2=0$? [$x^2+y^2+3x-5y+2=0$ বৃত্তের $(1,2)$ বিন্দুতে স্পর্শকের সাথে লম্ব জ্যা-এর সমীকরণ কী?]

a) $5x-y=3$ b) $2x+5y=12$ c) $x+5y=11$ d) $x-5y+3=0$

Ans: (c)

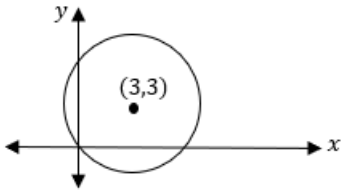
Solution: Centre of the circle $\left(-\frac{3}{2},\frac{5}{2}\right)$.

Equation of the chord perpendicular to the tangent drawn at $(1,2)$ will pass through the center of the circle. ∴ equation of chord: $y-2=\frac{2-\frac{5}{2}}{1+\frac{3}{2}}(x-1) \Rightarrow x+5y=11$

Type 03: Previous Year Questions

14) [19-20]

In the following circle, the area is Kπ, what is the value of K? [নিচের বৃত্তের ক্ষেত্রফল Kπ হলে, K এর মান কত?]



a) 3 b) 6
c) 9 d) 18

Ans: (d)

Solution: $r=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$; Area $=\pi r^2$

So, $k=r^2=18$

Similar Questions:

15) What is the area of circumscribed circle formed by the line $3x+4y=24$ and the axes? [$3x+4y=24$ রেখা এবং অক্ষ দ্বারা গঠিত পরিবৃত্তের ক্ষেত্রফল কত?]

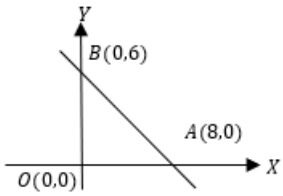
a) 4π b) 100π c) 25π d) 36π

Ans: (c)

Solution: $3x+4y=24 \Rightarrow \frac{x}{8}+\frac{y}{6}=1$

$\angle AOB=90°$;

AB indicates the diameter of the circle.



∴ radius of circle $=\frac{\sqrt{6^2+8^2}}{2}=5$

∴ Area $=25\pi$

Type 04: Previous Year Questions

16) A circle passes through the origin and the point $(4,2)$ and its center is on the line $x+y=1$. The equation of the circle is: [একটি বৃত্ত মূলবিন্দু এবং $(4,2)$ বিন্দু দিয়ে যায় এবং এর কেন্দ্রটি $x+y=1$ রেখায় অবস্থিত। বৃত্তের সমীকরণ হল:]

[16-17]

a) $x^2+y^2-6x+2y=0$ b) $x^2+y^2-x-8y=0$
c) $x^2+y^2-8x+6y=0$ d) $x^2+y^2-2x-6y=0$

Ans: (c)

Solution: for circle, [$(-g,-f)$ is the $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ centre of circle]

If it passes through the origin, $c=0$

$x^2+y^2+2gx+2fy=0$ ... ... (i) and $-g-f=1$; $g+f=-1$ ... ... (ii)

Solving (i), (ii); $(g,f)=(-4,3)$ ∴ $x^2+y^2-8x+6y=0$

17) The center of the circle $x=2-3\cos 2\theta, y=1+3\sin 2\theta$ is- (বৃত্তের কেন্দ্র $x=2-3\cos 2\theta, y=1+3\sin 2\theta$) **[23-24]**

a) $(-2,-1)$ b) $(2,1)$ c) $(2,-1)$ d) None

Ans: b

Solution: $x=2-3\cos 2\theta \Rightarrow \frac{x-2}{-3}=\cos 2\theta$ and $y=1+3\sin 2\theta \Rightarrow \frac{y-1}{3}=\sin 2\theta$

$\cos^2 2\theta+\sin^2 2\theta=1$

$\Rightarrow \left(\frac{x-2}{-3}\right)^2+\left(\frac{y-1}{3}\right)^2=1$

$\Rightarrow \frac{(x-2)^2}{9}+\frac{(y-1)^2}{9}=1$

$\Rightarrow x^2-4x+4+y^2-2y+1=9$

$\Rightarrow x^2+y^2-4x-2y-4=0$

Center (2,1)

Similar Questions:

18) What is the equation of the circle which center lies on x-axis, radius is 5 and the line $3x - 2y = 6$ passes through the center? [যে বৃত্তের কেন্দ্র x-অক্ষের উপর অবস্থিত, ব্যাসার্ধ 5 এবং $3x - 2y = 6$ কেন্দ্র দিয়ে যায় তার সমীকরণটি কী?]

a) $(x-2)^2 + (y-0)^2 = 5^2$ b) $x^2 + (y-2)^2 = 5^2$
c) $(x+2)^2 + (y-0)^2 = 5^2$ d) $(x+3)^2 + y^2 = 5^2$

Ans: (a)

Solution: center lies at x-axes and $3x - 2y = 6$

$\therefore 3x - 2.0 = 6 \Longrightarrow x = 2$

Center $(2,0)$; $\therefore (x-2)^2 + y^2 = 5^2$

Type 05: Previous Year Questions

19) The locus of the center of the circles such that the point $(2,3)$ is the midpoint of the chord: $5x + 2y = 16$ is- [বৃত্তের কেন্দ্রের সঞ্চারপথের অবস্থান এমন যে $(2,3)$ বিন্দু হল $5x + 2y = 16$ জ্যার মধ্যবিন্দু-] **[20-21]**

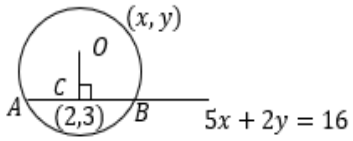
a) $2x - 5y = 11$ b) $2x + 5y - 11 = 0$ c) $2x + 5y + 11 = 0$ d) None of these

Ans: (d)

Solution: OC; $2x - 5y + k = 0$

Passing through the point $(2,3)$,

$\therefore k = 11 \ \therefore 2x - 5y + 11 = 0$



Similar Questions:

20) Find the locus of the center of the incircle to the origin. Given that, the triangle is made of $3x + 4y = 12$ and the axes. [$3x + 4y = 12$ রেখা এবং অক্ষ দিয়ে তৈরি ত্রিভুজের অন্তঃবৃত্তের মূলবিন্দুর সাপেক্ষে কেন্দ্রের সঞ্চারপথের সমীকরণ-]

a) $2x + y = 0$ b) $x + y = 0$ c) $x - y = 0$ d) $y = \pm x$

Ans: (c)

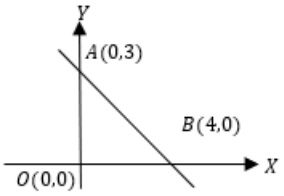
Solution: $3x + 4y = 12 \Rightarrow \frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1$

$a = OB = |0-4| = 4$, $b = AB = 5$ and $c = OA = |3-0| = 3$

$\therefore$ center of incircle $\left(\frac{ax_1 + bx_2 + cx_3}{a+b+c}, \frac{ay_1 + by_2 + cy_3}{a+b+c}\right)$

$\Rightarrow \left(\frac{4\times0+5\times0+3\times4}{4+5+3}, \frac{4\times3+5\times0+3\times0}{4+5+3}\right) \Rightarrow (1,1)$

$\therefore$ locus of the center: $y = \frac{1}{1}x \Rightarrow x - y = 0$



Self-Test

1) Angle between tangents drawn from the origin to the circle $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 9 = 0$

a) $22.62°$ b) $67.4°$ c) $45°$ d) $65.4°$

2) Tangents of the circle $x^2 + y^2 - 8x - 8y + 16 = 0$ are-

a) $y = \pm 4$ b) $x + y = 4$ c) $x = 4$ d) $x = 0$ and $y = 0$

3) Area of the circle $r = 6\cos\theta + 4\sin\theta$ is-

a) 10π b) 6.5π c) 26π d) 13π

4) If $y = -7$ be the chord of the circle $x^2 + y^2 - 6x + 8y + 10 = 0$, then length of the chord-

a) $\sqrt{15}$ b) $2\sqrt{6}$ c) 7 d) 3

5) Two points $(9,7)$ and $(5,3)$ lies on two mutually perpendicular line. If a circle passes this two point the center of the circle-

a) $(7,3)$ b) $(5,3)$ c) $(9,3)$ d) $(3,9)$

6) For what values of k, the line $5x + ky = 51$ be the tangent of the circle $x^2 + y^2 - 8x - 10y = 8$?

a) -12 b) 5 c) 13 d) 9

7) What is the length of tangent drawn from $(4,4)$ to the circle $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$?

a) 1 b) 2 c) 3 d) 5

8) If $y + 4 = P$ be the tangent to the circle $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 9 = 0$ from the point $(3, -4)$, then what is the value of P?

a) $3x$ b) $-2x$ c) $x\sqrt{3}$ d) $\sqrt{3}(x - 3)$

9) If $A(1, -2)$ be the midpoint of a chord of the circle $x^2 + y^2 - 6x + 10y - 21 = 0$. What is equation of chord?

a) $3x + 2y + 1 = 0$ b) $5x + y = 3$ c) $2x + 4y + 6 = 0$ d) $2x - 3y = 8$

Answers:

1. b	2. d	3. d	4. b	5. c	6. a	7. c	8. d	9. d

সঠিক ইনভেস্টমেন্ট হোক তোমার সঠিক সময়ের সিদ্ধান্ত ✔

প্রতিদিন দেরি মানে একটু একটু করে পিছিয়ে পড়া

পারফেক্ট কোর্স প্লান, সেরা টিচার প্যানেল , Exact Format, Smart Analytics, Full Syllabus Coverage মডেল টেস্ট প্রোগ্রাম সম্বলিত আমাদের কোর্সে এনরোল করতে যোগাযোগ করো- 01633330404 /018 0473 1916

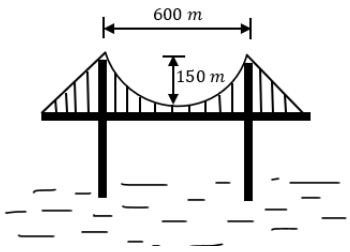
কোর্সে এনরোল করার আগে বইটি কিনে থাকলে , পরবর্তিতে কোর্সে / মডেল টেস্ট প্রোগ্রামে এনরোল করার সময় থাকছে ৫০০/- টাকা ছাড়।

Chapter 6 (Conics)

Type-01: Previous Year Questions

1. **[16-17]**

In a suspension bridge the shape of the suspension cables is parabolic. The bridge shown in the following figure has tower that are 600 m apart, and the lowest point of the suspension cables is 150 m below the top of the tower. Find the equation of the parabolic part of the cables, placing the origin of the coordinate system at the vertex (that is, the lowest point of the cables). [একটি ঝুলন্ত সেতুতে ঝুলন্ত তার পরাবৃত্তাকার হয়। নীচের চিত্রে দেখানো সেতুটিতে 600 m দূরে পিলার রয়েছে, এবং ঝুলন্ত তারগুলির সর্বনিম্ন বিন্দুটি পিলারের শীর্ষের 150 m নীচে। তারের পরাবৃত্তাকার অংশের সমীকরণ বের কর, স্থানাঙ্ক পদ্ধতি শীর্ষবিন্দুতে (অর্থাৎ তারের সর্বনিম্ন বিন্দু) স্থাপন কর।]



a) $x^2 = 600y$ b) $x^2 = 300y$ c) $x^2 = 150y$ d) $y^2 = 300x$

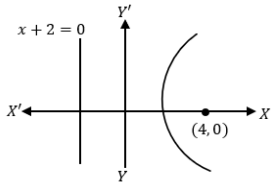
Ans: (a)

Solution: $a = 150m$

$\therefore x^2 = 4ay \Rightarrow x^2 = 600y$

2. **[17-18]**

From the figure below, equation of the parabola is- [চিত্র থেকে পরাবৃত্তের সমীকরণ-]



a) $y^2 = 4(x-1)$
b) $y^2 = 6(x-2)$
c) $y^2 = 4(x-3)$
d) $y^2 = 12(x-1)$

Ans: (d)

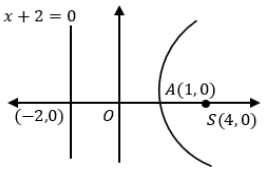
Solution: $A \equiv \left(\frac{4-2}{2}, \frac{0+0}{2}\right) = (1,0)$

$\therefore AS = |a| = |4-1| = 3$

$\therefore (y-0)^2 = 4a(x-1)$

$\Rightarrow y^2 = 4 \times 3 \times (x-1)$

$\therefore y^2 = 12(x-1)$



3. $5y = x + 50$ is the tangent of $y^2 = 4ax$, then focus of the parabola is- [$y^2 = 4ax$ পরাবৃত্তের স্পর্শক $5y = x + 50$, পরাবৃত্তের উপকেন্দ্র-] **[18-19]**

a) $(1, 0)$ b) $(10, 0)$ c) $(2, 0)$ d) $(5, 0)$

Ans: (c)

Solution: $5y = x + 50 \Rightarrow y = \frac{1}{5}x + 10$; So, $m = \frac{1}{5}; c = 10$

We know, $c = \frac{a}{m} \Rightarrow a = c \times m \Rightarrow a = 10 \times \frac{1}{5} = 2$ $\therefore$ focus $(a, 0) = (2, 0)$

4. Ordinate of a point P on the parabola $y^2 = 9x$ is 12. What is the focal distance of the point P? [$y^2 = 9x$ পরাবৃত্তের উপর P বিন্দুর কোটি হল 12। P বিন্দুর উপকেন্দ্রিক দূরত্ব কত?] **[19-20]**

a) $15\frac{1}{2}$ b) $18\frac{1}{4}$ c) $17\frac{1}{2}$ d) $16\frac{1}{4}$

Ans: (b)

Solution: Here, $y^2 = 9x = 4 \cdot \frac{9}{4}x \therefore a = \frac{9}{4}$; if the point on $y^2 = 9x$ is $P(x, 12)$

$\therefore 12^2 = 9.x \Rightarrow x = 16$

$\therefore$ Focal distance of the point $= P = a + x = \frac{9}{4} + 16 = 18\frac{1}{4}$

5. Straight line $y = 6$ intersects the line $x = 5$ at A and the curve $y^2 = 6(x - 7)$ at B. What is the length of AB? [$y = 6$ সরলরেখাটি $x = 5$ কে A এ এবং $y^2 = 6(x - 7)$ বক্ররেখাকে B এ ছেদ করে। AB এর দৈর্ঘ্য কত?] **[19-20]**

a) 5 b) 7 c) 8 d) 11

Ans: (c)

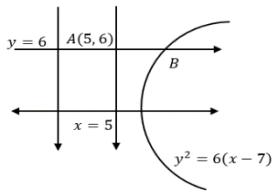
Solution: Here, $A(5, 6)$

Putting, $y = 6$ in $y^2 = 6(x - 7)$

We get, $6^2 = 6(x - 7) \Rightarrow = 13$

$\therefore B(13, 6)$

$\therefore AB = 13 - 5 = 8$ (Ans)



6. Consider a curve C given by the equation $y = 2x^2 - x + 3$. Assume C crosses the y axis at the point P and the straight line L is normal to C at point P. Find the equation of the line L. [$y = 2x^2 - x + 3$ সমীকরণ দ্বারা প্রদত্ত একটি বক্ররেখা C বিবেচনা কর। ধরে নাও, C y অক্ষকে P বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে এবং সরলরেখা L P বিন্দুতে C এর উপর লম্ব। L রেখার সমীকরণ বের কর।] **[23-24]**

a) $x + y - 3 = 0$ b) $x + y + 3 = 0$ c) $x - y + 3 = 0$ d) $x - y - 3 = 0$

Ans: a

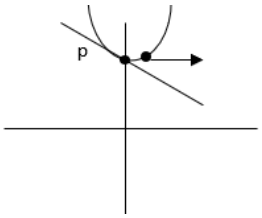
Solution: Carve C: $y = 2x^2 - x + 3$

If C crosses y ax is at point P.

For P $X = 0, Y = 3$

$p(0,3)$

Option check⟶ valid for option A & C. From the graph we see the slope is negative. So, answer is $x + y - 3 = 0$



Similar Questions

7. If the line $3x - y = c$ touches the curve $x^2 = 8y$, what is the value of c? [যদি $3x - y = c$ রেখাটি $x^2 = 8y$ বক্ররেখাকে স্পর্শ করে, c এর মান কত?]

a) -36 b) -18 c) $\frac{2}{3}$ d) $\frac{8}{3}$

Ans: (b)

Solution: condition for tangency, $c = -am^2$

$a = 2, m = 3 \quad \therefore c = -2 \times 3^2 = -18$

8.

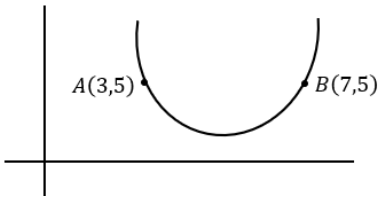
If the two points be the ends of latus rectum, the equation of the parabola is- [বিন্দু দুটি উপকেন্দ্রিক লম্বের প্রান্ত বিন্দুদ্বয় হলে পরাবৃত্তটির সমীকরণ-]

a) $(x - 5)^2 = -4(y - 6)$

b) $(x - 5)^2 = -4(y - 4)$

c) $(x - 5)^2 = 4(x - 6)^2$

d) $(x - 5)^2 = 4(y - 4)$



Ans: (d)

Solution: focus $\left(\frac{7+3}{2}, \frac{5+5}{2}\right) = (5,5)$

$LL' = \sqrt{(3-7)^2 + (5-5)^2} = 4|a| \Longrightarrow 4|a| = 4 \ \therefore a = \pm 1$

$\therefore$ coordinates of the vertex for required equation is $(5,5-1) \equiv (5,4)$

$\therefore (x - 5)^2 = 4(y - 4)$

9. What is the focal distance of a point on the parabola $y^2 = 16x$ when the ordinate of the point is $2\sqrt{2}$ times of abscissa? [$y^2 = 16x$ পরাবৃত্তের উপরিস্থিত কোনো বিন্দুর উপকেন্দ্রিক দূরত্ব কত যখন বিন্দুটির কোটি ভূজের $2\sqrt{2}$ গুন?]

a) 3 b) 6 c) $4\sqrt{5}$ d) 4

Ans: (b)

Solution: Letter point $(P, 2P\sqrt{2})$

$(2P\sqrt{2})^2 = 16P \Rightarrow 8P^2 - 16P = 0 \Rightarrow P = 2$

$\therefore$ required point $(2, 4\sqrt{2})$

$\therefore$ required length $= a + x = 4 + 2 = 6$

10. Two straight lines $y = 4$ and $x = 3$. Area bounded by the two straight lines, x axis and directrix of the parabola $y^2 + 8x - 2y = 23$- [দুটি সরলরেখা $y = 4$ ও $x = 3$। উক্ত সরলরেখাদ্বয়, x অক্ষ ও $y^2 + 8x - 2y = 23$ পরাবৃত্তের দ্বিকাক্ষ দ্বারা আবদ্ধক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল-]

a) 20 b) 12 c) 8 d) 32

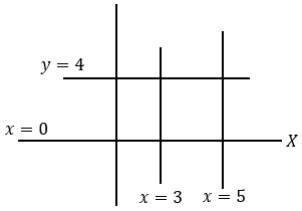
Ans: (c)

Solution: $y^2 + 8x - 2y = 23$

$\Rightarrow (y-1)^2 = -8(x-3) = 4(-2)(x-3)$

$\therefore$ equation of directrix $x - 3 = -(-2) \Rightarrow x = 5$

$\therefore$ Area $= (5-3) \times 4 = 8$



Type-02: Previous Year Questions

11. A whispering gallery is an elliptical room with a dome-shaped celling. If two people stand at the foci of the ellipse and whisper, they can hear each other, but others cannot. The maximum length and width of such a hall are 100 m and 80 m respectively. Which of the following equations models the shape of the hall? [হুইস্পারিং গ্যালারি হলো গম্বুজ আকৃতির সিলিংয়ের একটি উপবৃত্তাকার কক্ষ। যদি দু'জন ব্যক্তি উপবৃত্তের কেন্দ্রে দাঁড়িয়ে ফিসফিস করে, তারা একে অপরকে শুনতে পারে, কিন্তু অন্যরা পারে না। এই ধরনের হলের সর্বোচ্চ দৈর্ঘ্য এবং প্রস্থ যথাক্রমে 100 m এবং 80 m । নিচের কোন সমীকরণ হলের আকৃতির মডেল?]

[15-16]

a) $\frac{x^2}{9025} + \frac{y^2}{5625} = 1$ b) $\frac{x^2}{5625} + \frac{y^2}{9025} = 1$ c) $\frac{x^2}{2500} + \frac{y^2}{1600} = 1$ d) Both a and b

Ans: (c)

Solution: Maximum height, $2a = 100m \quad \therefore a = 50m$

Minimum height, $2b = 80m \quad \therefore b = 40m$

$\therefore$ equation $\frac{x^2}{50^2} + \frac{y^2}{40^2} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{2500} + \frac{y^2}{1600} = 1$

12. The point in a lunar orbit nearest the surface of the moon is called perilune and the point farthest from the surface is called apolune. The Apollo 11 spacecraft was placed in an elliptical lunar orbit with the perilune altitude 110 km and apolune altitude 314 km (above the moon). Find the equation of the ellipse if the radius of the moon is 1728 km and the center of the moon is at one focus. [চাঁদের পৃষ্ঠের নিকটবর্তী লুনার কক্ষপথের বিন্দুকে পেরিলিউন বলা হয় এবং পৃষ্ঠ থেকে সবচেয়ে দূরে বিন্দুটিকে বলা হয় এপোলুন। Apollo 11 মহাকাশযানটিকে একটি উপবৃত্তাকার লুনার কক্ষপথে 110 km পেরিলিউন উচ্চতা এবং 314 km অ্যাপোলুন উচ্চতায় (চাঁদের উপরে) স্থাপন করা হয়েছিল। চাঁদের ব্যাসার্ধ 1728 km হলে এবং চাঁদের কেন্দ্র একটি ফোকাসে থাকলে উপবৃত্তের সমীকরণ বের কর।]

[16-17]

a) $\frac{x^2}{37,63,600} + \frac{y^2}{41,69,764} = 1$ b) $\frac{x^2}{37,63,600} + \frac{y^2}{37,53,196} = 1$

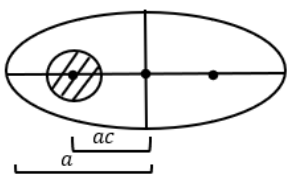
c) $\frac{x^2}{33,78,244} + \frac{y^2}{37,53,196} = 1$ d) $\frac{x^2}{33,78,244} + \frac{y^2}{41,69,764} = 1$

Ans: (b)

Solution: $a + ae = 1728 + 314 = 2042$ ... (i)

$a - ae = 1728 + 110 = 1838$ ... (ii)

Solving (i), (ii), $\begin{matrix} a = 1940 \\ ae = 102 \end{matrix}$; $a^2 = 3763600$



$e = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}}; ae = \sqrt{a^2 - b^2} \quad \therefore b^2 = 3753196$

13. Find the area of the triangle whose vertices are the origin and foci of the ellipse $16(x-2)^2 + 25(y-3)^2 = 400$. [একটি ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল বের কর যার শীর্ষবিন্দুগুলি কেন্দ্র এবং $16(x-2)^2 + 25(y-3)^2 = 400$ উপবৃত্তের ফোকাসদ্বয়।]

[17-18]

a) 9 sq. units b) 12 sq. units c) 16 sq. units d) 10 sq. units

Ans: (a)

Solution: $16(x-2)^2 + 25(y-3)^2 = 400 \Rightarrow \frac{(x-2)^2}{(5)^2} + \frac{(y-3)^2}{(4)^2} = 1$

Here, $a = 5; b = 4 \ \therefore e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \frac{3}{5}$

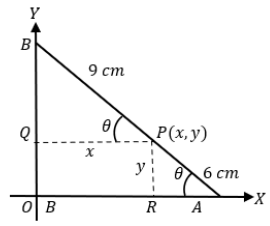
foci $(X, Y) = (\pm ae, 0)$

$\Rightarrow x - 2 = \pm 5 \times \frac{3}{5} \Rightarrow x - 2 = \pm 3 \therefore x = 5, -1$ and $Y = 0 \Rightarrow y - 3 = 0 \Longrightarrow y = 3$

$\therefore$ Area $= \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & 5 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 3 & 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2}|15 + 3| = 9$ sq. units

14. **[17-18]**

A rod of length 15 cm rests in between two coordinate axes in such a way that the end point A lies on x-axis and end point B lies on y-axis. A point $P(x, y)$ is taken on the rod in such a way that $AP = 6$ cm. If the rod moves with its ends always touching the coordinates axes, find the equation of the locus of the point P. [15 cm দৈর্ঘ্যের একটি রড দুটি স্থানাঙ্ক অক্ষের মধ্যে এমনভাবে অবস্থান করে যে শেষ বিন্দু A x-অক্ষের উপর এবং শেষ বিন্দু B y-অক্ষের উপর অবস্থিত। একটি বিন্দু $P(x, y)$ রডের উপর এমনভাবে নেওয়া হয় যেন $AP = 6$ cm। যদি রডটি সর্বদা স্থানাঙ্কের অক্ষগুলিকে স্পর্শ করে চলে, তাহলে P বিন্দুর অবস্থানের সমীকরণটি বের কর।]



a) $\frac{x^2}{81} + \frac{y^2}{36} = 1$ b) $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{81} = 1$ c) $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$ d) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{36} = 1$

Ans: (a)

Solution: $y = 6\sin\theta$ or, $\sin\theta = \frac{y}{6}$ ..... (i) and $\cos\theta = \frac{x}{9}$ ..... (ii)

$(i)^2 + (ii)^2 \Rightarrow \frac{x^2}{81} + \frac{y^2}{36} = 1$

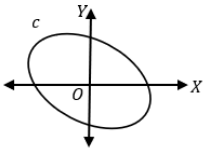
15. **[18-19]**

In the following figure, the curve C has the parametric equations-

$x = 4\cos\left(t + \frac{\pi}{6}\right), y = 2\sin t, 0 \le t \le 2\pi$; Find $x + y$.

[নিম্নলিখিত চিত্রে, বক্ররেখা C এর পরামিতিক সমীকরণ দেওয়া আছে-

$x = 4\cos\left(t + \frac{\pi}{6}\right), y = 2\sin t, 0 \le t \le 2\pi$; $x + y$ বের কর।]



a) $1\sqrt{3}\sin t$ b) $2\sqrt{3}\cos t$ c) $2\sqrt{3}\sin t$ d) $1\sqrt{3}\cos t$

Ans: (b)

Solution: $x = 4\cos\left(t + \frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow x = 4\cos t\cos\frac{\pi}{6} - 4\sin t\sin\frac{\pi}{6} \Rightarrow x = 2\sqrt{3}\cos t - 2\sin t$

$\Rightarrow x = 2\sqrt{3}\cos t - y \Rightarrow x + y = 2\sqrt{3}\cos t$

16. Consider an ellipse with major and minor axes along the x-axis and y-axis. If the length of the minor axis is three times the length of the latus rectum, find the eccentricity. [x-অক্ষ এবং y-অক্ষ বরাবর বৃহৎ এবং ক্ষুদ্রাক্ষের একটি উপবৃত্ত বিবেচনা কর। ক্ষুদ্রাক্ষের দৈর্ঘ্য উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্যের তিনগুণ হলে, উৎকেন্দ্রিকতা বের কর।] **[19-20]**

a) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ b) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ c) $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ d) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

Ans: (b)

Solution: Length of Minor axis $= 3 \times$ length of latus rectum$\Rightarrow 2b = 3 \times \frac{2b^2}{a} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{b^2}{a^2} = \frac{1}{9}$;

Now, $e = \sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1-\frac{1}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

17. For the ellipse $5x^2 + 4y^2 = 20$, find the equation of the directrix. [$5x^2 + 4y^2 = 20$ উপবৃত্তের জন্য দ্বিকাক্ষের সমীকরণ বের কর।] **[21-22]**

a) $y = \pm 5$ b) $x = \pm 5$ c) $y = \pm\sqrt{5}$ d) $x = \pm\sqrt{5}$

Ans: (a)

Solution: $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{5} = 1 \quad \therefore a = 2, b = \sqrt{5}\ (b > a);$

$e = \sqrt{1-\frac{a^2}{b^2}} = \sqrt{1-\frac{4}{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}};$

Equation of the directrix, $y = \pm\frac{b}{e} = \pm\sqrt{5} \times \sqrt{5} = \pm 5$

18. The equation of an ellipse is $4x^2 + 9y^2 = 36$. The area (in square unit) bounded by the ellipse is- [একটি উপবৃত্তের সমীকরণ $4x^2 + 9y^2 = 36$। উপবৃত্ত দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রফল (বর্গ একক) হল-] **[21-22]**

a) 6π b) 2π c) 8π d) 12π

Ans: (a)

Solution: $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1 \therefore a = 3, b = 2$

$\therefore$ Area $= \pi ab = \pi(3)\ (2)$ sq. units $= 6\pi$ sq. units

19. Find the length of the latus rectum of the ellipse $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{81} = 1$. ($\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{81} = 1$ উপবৃত্তের উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য বের কর।) **[23-24]**

a) 6 unit b) 5 unit c) 4 unit d) 8 unit

Ans: No answer

Solution: $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{81} = 1\ ;\ (b > a)$

$a^2 = 16, b^2 = 81$

So, length of latus rectum $= 2\ \frac{a^2}{b} = 2 \times \frac{16}{9} = \frac{32}{9} = 3.555$

20. An ellipse having foci at $(1, 1)$ and $(-2, 2)$ and passing through the origin has eccentricity of- [$(1, 1)$ এবং $(-2, 2)$ ফোকাস বিশিষ্ট একটি উপবৃত্ত যা মূল বিন্দু দিয়ে যায়, উৎকেন্দ্রিকতা-] **[23-24]**

a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ d None

Ans: c

Solution: We know, $SP + Sp' = 2a$

$\Rightarrow \sqrt{(1-0)^2 + (1-0)^2} + \sqrt{(-2-0)^2 + (2-0)^2} = 2a$

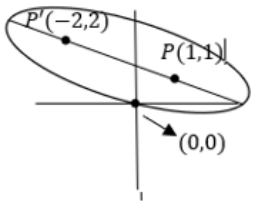
$\Rightarrow \sqrt{2} + \sqrt{4 \times 2} = 2a$

$\Rightarrow a = \frac{3}{2}\sqrt{2}$

As focus are at $(1,1)$ & $(-2,2)$

Diatance between foci, $2ae = \sqrt{(1+2)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{10}$

$\therefore e = \frac{\sqrt{10}}{2a} = \frac{\sqrt{10}}{2 \times \frac{3}{2}\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$



21. The eccentricity of the ellipse $3x^2 + 5y^2 = 15$is(উপবৃত্ত $3x^2 + 5y^2 = 15$ এর উৎকেন্দ্রিকতা হল) **[24-25]**

a) $\sqrt{(3/5)}$ b) $\sqrt{(2/5)}$ c) $(1/5)$ d) None

Ans: B

Solution: Given, $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{3} = 1$ So, the eccentricity of the ellipse, $e = \sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{2/5}, a > b$

Similar Questions

22. A rectangle lies inside an ellipse. Two parallel sides of the rectangle pass through the focus. Equation of the ellipse $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$. What is the maximum area of the rectangle? [একটি আয়তক্ষেত্র একটি উপবৃত্তের ভিতরে অবস্থিত। আয়তক্ষেত্রের দুটি সমান্তরাল বাহু উপকেন্দ্র দিয়ে যায়। উপবৃত্তের সমীকরণ $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$। আয়তক্ষেত্রের সর্বোচ্চ ক্ষেত্রফল কত?]

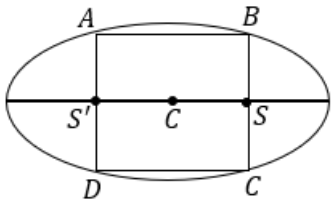
a) $9\sqrt{7}$ b) 28 c) 20.25 d) 32.5

Ans: (a)

Solution: S, S' are the focus.

For maximum area of the rectangle ABCD is the required rectangle.

$AB =$ distance between 2 focus, $BC =$ Length of latus rectum.



$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$

$a=4, b=3, e=\sqrt{1-\frac{9}{16}}=\frac{\sqrt{7}}{4}$

$BC=\frac{2b^2}{a}=\frac{2\times 9}{4}=\frac{9}{2}; AB=2ae=2\times 4\times\frac{\sqrt{7}}{4}$

$\therefore$ Area $=2\sqrt{7}\times\frac{9}{2}=9\sqrt{7}$

23. $x=2+3\left(\frac{1-a^2}{1+a^2}\right)$ and $y=4+5\left(\frac{2a}{1+a^2}\right)$, equation the conic in Cartesian form- [কার্তেসীয় ব্যবস্থায় $x=2+3\left(\frac{1-a^2}{1+a^2}\right)$ ও $y=4+5\left(\frac{2a}{1+a^2}\right)$ কণিকের সমীকরণ-]

a) $\frac{(x+2)^2}{9}+\frac{(y-5)^2}{9}=1$ b) $\frac{(x-2)^2}{9}+\frac{(y-4)^2}{25}=1$ c) $\frac{(x-3)^2}{4}+\frac{(y-5)^2}{16}=1$ d) None

Ans: (b)

Solution: $x=2+3\left(\frac{1-a^2}{1+a^2}\right)$; let, $a=\tan\theta$

$\frac{x-2}{3}=\frac{1-\tan^2 a}{1+\tan^2\theta}\Rightarrow\frac{x-2}{3}=\cos 2\theta$ ... ... (i)

$y=4+5\left(\frac{2a}{1+a^2}\right)\Rightarrow\frac{y-4}{5}=\frac{2\tan\theta}{1+\tan^2\theta}=\sin 2\theta$ ... ... (ii)

From $(i)^2+(ii)^2\Rightarrow\frac{(x-2)^2}{9}+\frac{(y-4)^2}{25}=1$

24. The length of the minor axis of an ellipse is equal to the distance between its two epicenters and the latus rectum is 10. Eccentricity- [কোনো উপবৃত্তের ক্ষুদ্র অক্ষের দৈর্ঘ্য তার উপকেন্দ্র দুটির মধ্যকার দূরত্বের সমান এবং উপকেন্দ্রিক লম্ব 10। উৎকেন্দ্রিকতা-]

a) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ d) $\frac{1}{4}$

Ans: (c)

Solution: let, $a>b$

$2b=2ae\Rightarrow b=ae$ ... ... (i)

And $\frac{2b^2}{a}=10\Rightarrow b^2=5a\Rightarrow a^2e^2=5a\Rightarrow a^2\left(1-\frac{b^2}{a^2}\right)=5a\Rightarrow 5=a\left(1-\frac{5}{a}\right)\Rightarrow a=10$

$\therefore a^2=100\ \ \therefore b^2=50$

$e^2=1-\frac{50}{100}\Rightarrow e=\frac{1}{\sqrt{2}}$

25. An object 'A' is at focus and another object 'B' rotates in an elliptical path. Its major axis is 50 and eccentricity $\frac{1}{2}$. Ratio of maximum and minimum distance from A to B- [একটি বস্তু 'A' কে ফোকাসে রেখে অপর একটি বস্তু 'B' একটি উপবৃত্তাকার পথে ঘোরে। এটির বৃহৎ অক্ষ 50 ও উৎকেন্দ্রিকতা $\frac{1}{2}$। A থেকে B এর সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন দূরত্বের অনুপাত-]

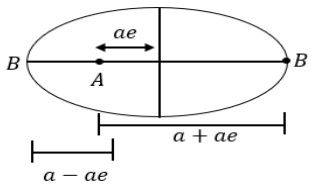
a) $1:2$ b) $2:3$ c) $4:3$ d) $3:1$

Ans: (d)

Solution: $a=\frac{50}{2}=25$

Max distance $=a+ae=25+\frac{25}{2}=37.5$

Min distance $=a-ae=25-25\times\frac{1}{2}=12.5$



$\therefore$ Ratio $= \frac{37.5}{12.5} = \frac{3}{1} = 3:1$

26. An elliptical concave mirror is using for light ray test. A $x = 8$ ray incident on the ellipse and reflect through the center of ellipse $(5, 2)$. Another light coming from $(5, -1)$ lies on ellipse reflect in the same way. If the eccentricity is $\frac{\sqrt{7}}{4}$ equation of ellipse- [আলোক রশ্মি পরীক্ষার জন্য একটি উপবৃত্তাকার অবতল আয়না ব্যবহার করা হচ্ছে। উপবৃত্তে $x = 8$ আলোকরশ্মি আপতিত হয় এবং উপবৃত্তের কেন্দ্র $(5, 2)$ দিয়ে প্রতিফলিত হয়। উপবৃত্তের উপর অবস্থিত $(5, -1)$ থেকে আসা আরেকটি আলো একইভাবে প্রতিফলিত হয়। যদি উপবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা $\frac{\sqrt{7}}{4}$ হয়, সমীকরণ-]

a) $\frac{(x-5)^2}{25} + \frac{(y-2)^2}{1} = 1$ b) $\frac{(x-5)^2}{16} + \frac{(y-2)^2}{9} = 1$ c) $\frac{(x-5)^2}{25} + \frac{(y-1)^2}{4} = 1$ d) $\frac{(x-5)^2}{64} + \frac{(y-2)^2}{1} = 1$

Ans: (b)

Solution: Let the equation $\frac{(x-5)^2}{a^2} + \frac{(y-2)^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{(x-5)^2}{a^2} + \frac{(-1-2)^2}{b^2} = 1$

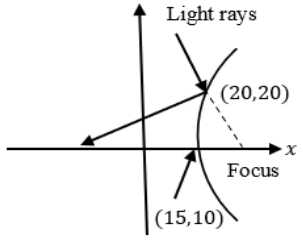
$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} \Rightarrow \frac{7}{16} = 1 - \frac{9}{a^2} \Rightarrow a^2 = 16$

$\therefore$ equation: $\frac{(x-5)^2}{16} + \frac{(y-2)^2}{9} = 1$

Type-03: Previous Year Questions

27. **[15-16]**

A hyperbolic mirror is used in some telescope. Such a mirror has the property that light ray directed at one focus will be reflected to the other focus as shown in the figure below. Which of the following equations models the hyperbolic mirror's surface? [কিছু টেলিস্কোপে অধিবৃত্তাকার আয়না ব্যবহার করা হয়। এই ধরনের আয়নার বৈশিষ্ট্য এমন যে চিত্রে দেখানো একটি ফোকাসে নিক্ষেপিত আলোক রশ্মি অন্য ফোকাসে প্রতিফলিত হবে। নিচের কোন সমীকরণটি অধিবৃত্তাকার আয়নার পৃষ্ঠকে সমর্থন করে?]



a) $\frac{x^2}{9} - \frac{7y^2}{144} = 25$ b) $\frac{x^2}{15} - \frac{7y^2}{20} = 1$ c) $\frac{x^2}{15} - \frac{7y^2}{3600} = 1$ d) None of these

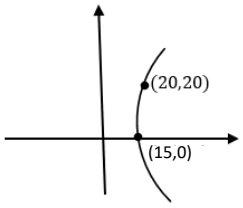
Ans: (a)

Solution: Here, $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

for point $(15,0) \rightarrow \frac{(15)^2}{a^2} - \frac{0^2}{b^2} = 1 \Rightarrow a^2 = 225$

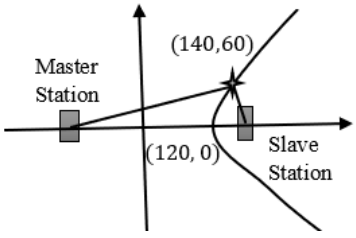
for point $(20,20) \rightarrow \frac{(20)^2}{a^2} - \frac{(20)^2}{b^2} = 1 \Rightarrow b^2 = \frac{3600}{7}$

$\therefore \frac{x^2}{225} - \frac{7y^2}{3600} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{9} - \frac{7y^2}{144} = 25$



28. **[16-17]**

Long-range navigation (LORAN) is a radio navigation system developed during World War II. The system enables a pilot to guide aircraft by maintaining a constant difference between the aircraft's distances from two fixed points: the master station and the slave station. Write an equation for the hyperbola depicted in the following figure. [লং-রেঞ্জ নেভিগেশন (LORAN) হল দ্বিতীয় বিশ্বযুদ্ধের সময় বিকশিত একটি রেডিও নেভিগেশন সিস্টেম। সিস্টেমটি একজন পাইলটকে দুটি নির্দিষ্ট পয়েন্ট: মাস্টার স্টেশন এবং স্লেভ স্টেশন থেকে বিমানের দূরত্বের মধ্যে একটি ধ্রুব পার্থক্য বজায় রেখে বিমানকে গাইড করতে সক্ষম করে। চিত্রে অঙ্কিত অধিবৃত্তের একটি সমীকরণ লেখ।]



a) $\frac{x^2}{3600} - \frac{13y^2}{19600} = 1$ b) $\frac{x^2}{19600} - \frac{y^2}{3600} = 1$ c) $\frac{x^2}{14400} - \frac{y^2}{19600} = 1$ d) $\frac{x^2}{14400} - \frac{13y^2}{19600} = 1$

Ans: (d)

Solution: Option test with the points $(140, 60)$ and $(120, 0)$

29. Equation of asymptote of the hyperbola, $\frac{y^2}{3}-\frac{x^2}{4}=1$ is- [$\frac{y^2}{3}-\frac{x^2}{4}=1$ অধিবৃত্তের অসীমতটের সমীকরণ-] **[19-20]**

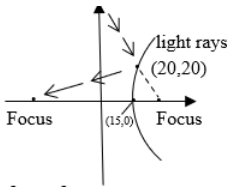
a) $\sqrt{3}y=\pm 2x$ b) $3y=\pm 4x$ c) $4y=\pm 3x$ d) $2y=\pm\sqrt{3}x$

Ans: (d)

Solution: Equation **o**f asymptotes, $\frac{y^2}{3}-\frac{x^2}{4}=0$

$$y=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}x \Rightarrow 2y=\pm\sqrt{3}x$$

30. **[23-24]**



A hyperbolic mirror is used in some telescopes. Such a mirror has the property that a light ray directed at one focus will be reflected to the other focus. Using values in the following figure, the equation to model the hyperbolic mirror's surface is (assume the origin is at the center): [কিছু টেলিস্কোপে অধিবৃত্তাকার আয়না ব্যবহার করা হয়। এই ধরনের একটি আয়নার বৈশিষ্ট্য রয়েছে যে একটি ফোকাসে আপতিত একটি আলোক রশ্মি অন্য ফোকাসে প্রতিফলিত হবে। নিম্নোক্ত চিত্রের মানগুলো ব্যবহার করে, অধিবৃত্তাকার আয়নার পৃষ্ঠের সমীকরণটি হল (ধরে নাও, মূলবিন্দুটি কেন্দ্রে অবস্থিত)]

a) $\frac{7x^2}{225}-\frac{7y^2}{3600}=1$ b) $\frac{7x^2}{225}-\frac{y^2}{3600}=1$ c) $\frac{x^2}{225}-\frac{7y^2}{3600}=1$ d) $\frac{x^2}{225}-\frac{y^2}{3600}=1$

Ans: c

Solution: Two points on hyperbola $(20,20)(15,0)$

$\frac{x^2}{225}-\frac{7y^2}{3600}=1$; [Plug them in options only valid for option C]

Similar Questions

31. What are the equations if the bisectors of the asymptotes of the hyperbola $\frac{(x-10)^2}{25}-\frac{(y-8)^2}{81}=1$? [$\frac{(x-10)^2}{25}-\frac{(y-8)^2}{81}=1$ অধিবৃত্তের অসীমতটদ্বয়ের সমদ্বিখন্ডকের সমীকরণগুলো কী কী?]

a) $x=5, y=9$ b) $x=0, y=0$ c) $x=10, y=8$ d) $9x-5y=50$

Ans: (c)

Solution: Center $(10,8)$

The bisectors are mutually perpendicular.

Asymptotes passes through the center also for bisectors.

$\therefore$ equation of bisectors: $x=10, y=8$.

32. Distance between directrices of the hyperbola $\frac{(y-5)^2}{36}-\frac{(x-8)^2}{16}=1$ is- [$\frac{(y-5)^2}{36}-\frac{(x-8)^2}{16}=1$ অধিবৃত্তের দ্বিকাক্ষগুলির মধ্যে দূরত্ব-]

a) $\frac{36}{\sqrt{13}}$ b) $\frac{24}{\sqrt{13}}$ c) $\frac{16}{\sqrt{13}}$ d) $\frac{48}{\sqrt{13}}$

Ans: (a)

Solution: distance $=\frac{2b}{e}=\frac{2\times 6}{\sqrt{1+\frac{16}{36}}}=\frac{36}{\sqrt{13}}$

33. A hyperbolic mirror described by the equation $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$. The mirror reflects rays that emanate from one focus to the other. If a light ray starts at the point $(7,0)$, reflects off the hyperbola at some point (x_1, y_1), and then travels to the point $(c, 0)$, where c is the other focus, determine the equation of the reflected ray for $x_1=9$. [$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$ সমীকরণ একটি অধিবৃত্তাকার আয়না। আয়নাটি একটি ফোকাস থেকে অন্য ফোকাসে নির্গত রশ্মি প্রতিফলিত করে। যদি একটি আলোক রশ্মি বিন্দু $(7,0)$ থেকে শুরু হয়, (x_1, y_1) বিন্দুতে অধিবৃত্তকে প্রতিফলিত করে, এবং তারপর $(c, 0)$ বিন্দুতে যায়, যেখানে c হল অন্য ফোকাস, $x_1=9$ এর জন্য প্রতিফলিত রশ্মির সমীকরণ বের কর।]

b) $8\sqrt{2}x-7y+14=0$ b) $4\sqrt{2}x-7y+5=0$ c) $4\sqrt{2}x-y=7$ d) $4\sqrt{2}x-7y-7=0$

Ans: (b)

Solution: $a = 3, b = 4, e = \sqrt{1 + \frac{16}{9}} = \frac{5}{3}$ and focus $(\pm ae, 0) \Rightarrow (\pm 5, 0)$

$\therefore c = 5$

$\frac{9^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1 \Rightarrow y = 8\sqrt{2}$

$\therefore (x_1, y_1) = (9, 8\sqrt{2})$

the reflected ray passes through $(9, 8\sqrt{2})$ and $(-5,0)$

$\therefore y = \frac{8\sqrt{2}}{9+5}(x + 5) \Rightarrow 7y = 4\sqrt{2}(x + 5) \Rightarrow 4\sqrt{2}x - 7y + 5 = 0$

Type-04: Previous Year Questions

34. An isosceles triangle is inscribed in the parabola$y^2 = 36x$such that one of its vertices is at the vertex of the parabola and the other two vertices lie at the ends of the latus rectum. What is t he area of the triangle?(একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ $y^2 = 36x$ প্যারাবোলায় এমনভাবে আছে যে এর একটি শীর্ষবিন্দু প্যারাবোলার শীর্ষবিন্দুতে এবং অন্য দুটি শীর্ষবিন্দু ল্যাটাস মলদ্বারের শেষ প্রান্তে অবস্থি ত। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত?)

a) 162 sq units b) 32 sq units c) 144 sq units d) None

Ans: a

Solution:

Given, $y^2=36x=4*9x$ So, a=9

we know as the vertex is at (0,0) and the co-ordinates of latus rectum is (a,±2a) So, the height of latus rectum is 4a=4*9=36 which is the base of the triangle and the height of triangle is a=9

So, area of triangle=1/2*base*height=1/2*9*36=162 sq units

Self-Test

1) Equation of a asymptotes of the hyperbola $\frac{(x-5)^2}{36} + \frac{(y-6)^2}{64} = 1$ are-

a) $y = \pm\frac{4}{3}x$ b) $x = \pm\frac{4}{3}y$ c) $y = \pm\frac{6}{5}x$ d) $(y-6) = \pm\frac{4}{3}(x-5)$

2) Equation of asymptotes of $xy = 6$ are:

a) $x = 6, y = 6$ b) $x = 0, y = 0$ c) $x = 6, y = 0$ d) $x = 0, y = 6$

3) Find the length of latus rectum to an ellipse with foci $(1, -1)$, equation of directrix $x - y + 2 = 0$ and eccentricity $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

a) 4 b) 8 c) 2 d) 6

4) What is the distance between the foci and the opposite directrix of the ellipse $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$?

a) 10.25 b) 6.25 c) 2.25 d) 4

5) $(y-3)^2 = 12(x-2)$; what is the center of the conic?

a) (2,3) b) (5,3) c) $(-1,3)$ d) None

6)

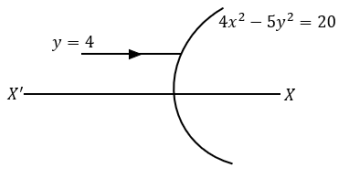
If a light ray $(y = 4)$ incident on the conic, the equation of reflected ray maybe-

a) $x = 5$

b) $y = 3x - 11$

c) $y = 2x - 6$

d) $y = 2x + 6$



7) If the two tangents to the parabola $y^2 = 4ax$ are $y + c = m_1(x + a)$ and $y + c = m_2(x + a)$-

a) $m_1 + m_2 = 0$ b) $m_1 = m_2$ c) $m_1 m_2 = -1$ d) $m_1 + m_2 = 2a$

8) The equation of the parabola of $(-1,1)$ focus and $(2,3)$ vertex is-

a) $3x - 4y = 43$ b) $4x + 3y + 1 = 0$ c) $5x - 7y = 20$ d) $2x + 4y = 45$

9) The focus of a parabola is $(1, -1)$ and the line $x - y + 2 = 0$ is perpendicular to the axis at the vertex. Equation of directrix-

a) $x - y + 4 = 0$ b) $x + y = 3$ c) $x - y + 1 = 0$ d) $x - y + 6 = 0$

10) If the epicenter of a parabola is the origin and the line $2x + y = 1$ is considered as directrix, the equation of its axis is-

a) $4x + 2y = 1$ b) $x = y$ c) $x = 2y$ d) $2x - y = 0$

11) What does the equation $2x^2 - 4xy + 3y^2 - x + y - 1 = 0$ indicate?

a) Circle b) parabola c) Hyperbola d) Ellipse

12) For an ellipse parallel to the major X-axis, minor axis length 10 and corresponding vertex distance 1 unit from epicenter $(-1,2)$, the equation of the ellipse is-

a) $\frac{(x+1)^2}{144} + \frac{(y-2)^2}{100} = 1$ b) $\frac{(x+1)^2}{144} + \frac{(y-2)^2}{25} = 1$ c) $\frac{(x-11)^2}{169} + \frac{(y-2)^2}{25} = 1$ d) $\frac{(x-11)^2}{144} + \frac{(y-2)^2}{25} = 1$

13) What is the length of the major axis of an ellipse if its focuses are $(-1, -1)$ and $(1,1)$ and its equation is $2x^2 + 2y^2 - 2xy = 3$?

a) 4 b) $2\sqrt{3}$ c) $4\sqrt{3}$ d) 6

14) An ellipse has area $\frac{32\sqrt{3}}{9}\pi$, eccentricity $\frac{1}{2}$ and focus $(5,0)$. Center-

a) $\left(\frac{8}{3}, 0\right)$ b) $\left(\frac{4}{3}, 0\right)$ c)$\left(\frac{19}{3}, 0\right)$ d) $\left(\frac{5}{2}, 0\right)$

15) What is the maximum area of a square that can be inscribed inside the ellipse $\frac{x^2}{81} + \frac{y^2}{64} = 1$?

a) 120 b) 143 c) 75.5 d) 226

16) The angle between the asymptotes of an ellipse is $60°$. If the hyperbola passes to the point (2,0), eccentricity-

a) $\frac{\sqrt{10}}{3}$ b) $\sqrt{10}$ c) 2.5 d) $\frac{5}{\sqrt{3}}$

17) Eccentricity of the conic $x = t + \frac{1}{t}, y = t - \frac{1}{t}$ is-

a) $\sqrt{2}$ b) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ c) 1 d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

18) The distance between focus and corresponding directrix of an ellipse is $\frac{9}{4}$. Eccentricity is $\frac{4}{5}$. What is length of latus rectum?

a) $\frac{50}{3}$ b) $\frac{18}{5}$ c) 8 d) $\frac{25}{2}$

19) What are the endpoints of latus rectum of the equation $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{81} = 1$?

a) $\left(\pm\sqrt{106}, \frac{162}{5}\right)$ b) $\left(\pm\frac{25}{9}, -\sqrt{106}\right)$ c) $\left(\pm 5, \sqrt{106}\right)$ d) $\left(\pm\sqrt{106}, -\frac{81}{5}\right)$

Answers:

1. d	2. b	3. a	4. a	5. d	6. c	7. c	8. a	9. d	10. c
11. d	12. c	13. b	14. c	15. b	16. a	17. a	18. b	19. d	